

# Характеризация резонанса Фано в рефрактометрических датчиках на основе кольцевых волоконных брэгговских решеток с π-сдвигом.

#### Результаты моделирования

# А.Ж. Сахабутдинов

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань

Аннотация: Представлен вариант решения задачи характеризации резонансного контура Фано в оптических биосенсорах рефрактометрического типа на основе кольцевых волоконных брэгговских решеток с π-сдвигом. Для решения данной задачи в первой части статьи предложен радиофотонный способ трехчастотного зондирования сверхузкополосного и несимметричного контура Фано симметричным амплитудно-модулированным излучением с разбалансированными по амплитуде боковыми составляющими. Для характеризации центральной длины волны введен функционал, аналогичный коэффициенту модуляции огибающей биений между составляющими зондирующего излучения. Обоснованы требования к выбору частот боковых составляющих, при которых сохраняется однозначность функционала и достигается максимальная чувствительность в диапазоне измерений, определяемом шириной полосы пропускания контура Фано на полувысоте. Показана возможность расширения диапазона боковых частот и увеличения чувствительности измерений при использовании двухчастотного зондирования с уменьшенной в два раза частотой и разбалансированными по амплитуде боковыми составляющими при подавленной несущей. Приведен пример сравнения с ранее применявшимся нами для решения подобных задач радиофотонным способом двухчастотного симметричного зондирования с равными амплитудами боковых составляющих и подавленной несущей. По результатам характеризации контура Фано при фиксированном зондировании возможно однозначное определение центральной частоты, максимальной амплитуды и его добротности.

Ключевые слова: оптический биосенсор, рефрактометрия, волоконная решетка Брэгга, фазовый  $\pi$ -сдвиг, кольцевая волоконная решетка Брэгга с фазовым  $\pi$ -сдвигом, резонанс Фано, радиофотонные методы измерений, разбалансированное по амплитуде трехчастотное симметричное зондирование, двухчастотное симметричное сбалансированное и разбалансированное по амплитуде зондирование.

#### Введение

Оптические биосенсоры рефрактометрического типа (ОБРТ) на основе волоконных брэгговских решеток (ВБР) стремительно развиваются последнее десятилетие, находя широкое применение как для контроля сверхмалых концентраций различных веществ в растворах, так и для анализа процесса гибридизации ДНК [1, 2]. Нами в [3, 4] были предложены методы и средства улучшения метрологических и эксплуатационных характеристик



ОБРТ, основанные на использовании в них ВБР с фазовым π-сдвигом и модуляционных методов измерений их спектральных характеристик лоренцевского типа при зондировании симметричным двухчастотным излучением.

За последние пять лет были проведены теоретическое исследования кольцевой ВБР с фазовым  $\pi$ -сдвигом [5–8]. Было показано, что формируемый такой решеткой спектр является двухкомпонентным асимметричным и состоит из левой компоненты, характеризуемой симметричным Лоренцевским резонансом, и правой асимметричной, соответствующей резонансу Фано. Компонента Фано (контур ВБРФ) имеет более узкую полосу пропускания и высокую добротность, на порядок превышающие характеристики обычных кольцевых резонаторов и линейных ВБР с фазовым  $\pi$ -сдвигом.

В связи с этим в настоящей работе предложен радиофотонный подход к характеризации резонанса Фано на основе полигармонического, а именно, разбалансированного по амплитуде амплитудно-модулированного двухполосного излучения, полученного в модуляторе Маха-Цендера и фильтре с АЧХ в форме прямоугольной трапеции. Полигармоническое зондирование предполагает зондирование контура ВБРФ счетным количеством частотных составляющих. Механизм получения полигармонического излучения и применения его в зондировании предложен в работах [9-12] и расширен в работах [13-16].

Поставим задачу определения положения центральной длины волны контура ВБРФ на основе трехчастотного разбалансированного по амплитуде зондирования, опираясь только на данные, поступающие с фотодетектора *6* на АЦП и с учетом групповой фазовой задержки в резонансном контуре Фано [17]. Не меняя положения несущей частоты  $\omega$  зондирующего излучения, будем смещать контур ВБРФ в диапазоне [ $\delta\omega A$ ,  $\delta\omega B$ ]. Для каждого положения контура ВБРФ проведем анализ параметров низкочастотного сигнала на выходе фотодетектора, настроенного на определение амплитуды колебаний



на постоянном токе, частоте модуляции  $\Omega$  и удвоенной частоте  $2\Omega$ . Найдем однозначную зависимость между результирующими амплитудами на выходе фотодетектора и положением центральной длины волны контура ВБРФ.

### 1. Начальные условия моделирования

Рассмотрим разбалансированное по амплитуде трехчастотное зондирование контура ВБРФ, описываемого кривой Фано, с параметрами:  $A_{\text{max}} = 1$ , u = 10, q = 2,  $\mu = -0.5$ :

$$G(\omega + \delta \omega) = \frac{A_{\max}}{1 + q^2} \cdot \frac{\left( \left( u \cdot (\omega + \delta \omega) - \mu \right) + q \right)^2}{\left( u \cdot (\omega + \delta \omega) - \mu \right)^2 + 1}.$$
 (1)

Меняя параметр  $\delta \omega$  в диапазоне [-1.2358, 1.2358] усл. ед. ([-1.2358, 1.2358] ГГц) с шагом  $\Delta \delta \omega = 1.2358 \times 10^{-3}$  усл. ед. (1.2358 МГц) моделируем смещение центральной длины волны ВБРФ в диапазоне [-10, 10] пм, что позволяет исследовать спектральную характеристику контура ВБРФ в верхней его части, находящейся выше половины его высоты.

Несущую частоту зондирующего излучения ω принимаем равной 191.5438 ТГц, что соответствует оптической длине волны в 1550 нм, а разнос частот Ω выберем равным 0.03 усл. ед. (30 МГц) исходя из требования однозначности решения системы уравнений для сдвига центральной длины волны ВБРФ в пределах полной ширины на половине высоты [17]:

$$\frac{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}{2} = P_0^{\max}$$

$$A_2 \cdot \sqrt{A_1^2 - 2 \cdot A_1 \cdot A_3 \cdot \cos(\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3) + A_3^2} = P_1^{\max}.$$

$$A_1 \cdot A_3 = P_2^{\max}$$
(2)

Минимальное и максимальное значения групповой фазовой задержки примем равным – π и π, соответственно. Параметры для моделирования зависимости групповой фазовой задержки для (3) выбраны η = 1 и Ψ = 4:



$$\varphi(\omega_k, i) = \Psi \cdot \arctan\left(\frac{\omega_k + \delta\omega_i}{\eta^2}\right) \cdot e^{\frac{-(\omega_k + \delta\omega_i)^2}{\eta^2}}.$$
(3)

Контур ВБРФ зондируется разбалансированным по амплитуде амплитудно-модулированным трехчастотным излучением, полученным в модуляторе Маха-Цендера с использованием фильтра с АЧХ в форме прямоугольной трапеции. Коэффициенты разбалансировки амплитуд составляющих трехчастотного излучения 0.5, 1, 0.25 для амплитуд левой, центральной и правой составляющих, соответственно.

Ситуационное взаимное расположение контура ВБРФ, трехчастотного зондирующего излучения и кривой фазовой задержки представлено на рис. 1.



Рис. 1 – Ситуационное взаимное расположение контура ВБРФ, трехчастотного зондирующего излучения и фазовой задержки: сплошная линия – зондирующий трехчастотный сигнал; точечная линия – контур ВБРФ; штриховая линия – групповая фазовая задержка

Полная ширина контура ВБРФ на половине высоты, представленная на рис. 1, равна 0.1723 усл. ед, что в размерных величинах задачи соответствует величине в 1.723 МГц или 1.3944 пм, что согласуется с параметрами сверхуз-кополосного контура Фано.



# 2. Преобразование зондирующего излучения,

## отраженного от контура ВБРФ

Форма высокочастотного сигнала, принимаемого на фотодетекторе и его низкочастотная огибающая, приведены на рис. 2. График приведен для невозмущенного положения центральной длины волны контура ВБРФ, т.е. совпадающего с несущей длиной волны лазера.



Рис. 2 – Ситуационный вид высокочастотного зондирующего сигнала и сигнала на фотодетекторе: сплошная линия – огибающая (низкочастотный сигнал); штриховая линия – высокочастотное заполнение низкочастотного сигнала

Низкочастотный сигнал, принимаемый на фотодетекторе, разложенный на три составляющих ( $P_0(t)$  – постоянный уровень сигнала,  $P_1(\Omega,t)$  – сигнал на частоте  $\Omega$  и  $P_2(2\Omega,t)$  – сигнал на удвоенной частоте  $2\Omega$ ) приведен на рис. 3. Спектры низкочастотного и высокочастотного сигналов в низкочастотной области (до 2 $\Omega$ ) приведены на рис. 4. На рис. 4 видны две частоты колебаний в низкочастотной области на разностной частоте  $\Omega = 0.03$  ГГц и удвоенной разностной частоте  $2\Omega = 0.06$  ГГц.



Рис. 3 – Низкочастотный сигнал (толстая линия), разложенный на три составляющих: P<sub>0</sub>(*t*), P<sub>1</sub>(Ω,*t*) и P<sub>2</sub>(2Ω,*t*) – постоянный уровень сигнала (сплошная линия), сигнал на частоте Ω (точечная линия) и удвоенной частоте 2Ω (штриховая линия) соответственно



Рис. 4 – Фурье спектр сигналов на выходе фотодетектора

Значения амплитуд  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  для составляющих низкочастотного сигнала ( $P_0(t)$ ,  $P_1(\Omega,t)$  и  $P_2(2\Omega,t)$ ) в зависимости от смещения центральной длины волны ВБР контура, полученные в качестве решения системы уравнений, приведены на рис. 5.



Рис. 5 – Значения амплитуд, полученных в качестве решения системы уравнений в зависимости от смещения центральной длины волны ВБР контура. Линиями обозначены изменения амплитуд: сплошной – центральной составляющей, пунктирной – левой составляющей, точечной – правой составляющей зондирующего сигнала

Для анализа результатов зондирования контура ВБРФ был введен функцционал, названный коэффициентом модуляции низкочастотных колебаний, возникающих на фотоприемнике. Математическая запись коэффициента модуляции принята в виде (4):

$$M(\delta\omega) = \frac{X_1(\delta\omega)X_2(\delta\omega) + X_1(\delta\omega)X_3(\delta\omega) + X_2(\delta\omega)X_3(\delta\omega)}{X_1^2(\delta\omega) + X_2^2(\delta\omega) + X_3^2(\delta\omega)} .$$
(4)

где, *X*<sub>1</sub>, *X*<sub>2</sub> и *X*<sub>3</sub> амплитуды левой, центральной и правой составляющих исходного трехчастотного излучения после пересечения с ВБРФ контуром.

Зависимость коэффициента модуляции *М*(δω) от смещения центральной длины волны зондируемой ВБРФ приведена на рис. 6.

Монотонность зависимости коэффициента модуляции в области зондирования вершины контура (в области полной ширины на половине высоты) от смещения его центральной длины волны позволяет однозначно связать эти параметры.



Рис. 6 – Зависимость коэффициента модуляции от смещения центральной длины волны контура ВБРФ при трехчастотном зондировании

Это в свою очередь, позволяет полностью исключить сканирование ВБРФ и свести задачу определения центральной длины волны к нахождению коэффициента модуляции при фиксированном трехчастотном зондировании. Несмотря на то, что зависимость коэффициента модуляции трехчастотного зондирования нелинейная, она может быть аппроксимирована любой близкой функциональной зависимостью.

#### 3. Влияние величины разноса частот на коэффициент модуляции

В процессе математического моделирования исследовалось влияние разностной частоты Ω на зависимость кривой коэффициента модуляции от смещения центральной длины волны контура ВБРФ.

Как можно видеть по рис. 7, с ростом разностной частоты  $\Omega$  увеличивается и крутизна склона наклона изменения коэффициента модуляции, вместе с тем, при больших значениях разностной частоты  $\Omega \ge 0.07$  усл. ед. ( $\Omega \ge 70$  МГц) пропадает и однозначность определения центральной длины волны контура ВБРФ.



Рис. 7 – Зависимость коэффициента модуляции от смещения центральной длины волны контура ВБРФ при трехчастотном зондировании для разных значений разностной частоты

Более детальный выбор оптимального разноса частот в зависимости от параметров ВБРФ контура для исследования формы контура находится в планах дальнейших научных исследований. Опираясь на результаты работ [13-16] можно предположить расширение диапазона измерений и повышение их чувствительности при переходе к двухчастотному симметричному, разбалансированному по амплитуде, зондированию. При этом разнос  $\Omega$  – это разнос между боковыми составляющими (при трехчастотном зондировании разнос между боковыми составляет 2 $\Omega$ ), а несущая подавлена. Однако для простоты рассуждений в следующем разделе оставим разнос равным 2 $\Omega$ , чтобы сравнить полученные результаты с единых позиций.

#### 4. Симметричное двухчастотное зондирование

Двухчастотное симметричное зондирование является частным случаем предложенного трехчастотного асимметричного метода. Направив на контур ВБРФ симметричное двухчастотное излучение и подавив амплитуду центральной составляющей (амплитудные коэффициенты трехчастотного излучения равные 0.5, 0, 0.25), применим ту же цепочку рассуждений и расчетов с



тем отличием, что начальное значение для *A*<sub>2</sub> для решения системы уравнений (2) равно нулю.

Разбалансированное по амплитуде зондирование заключается в том, что зондирующее излучение пропущено через фильтр с АЧХ в форме прямоугольной трапеции, который уменьшает амплитуду  $A_3$  в  $C_A$  раз, оставляя неизменной амплитуду левой составляющей. Фактически, получаем симметричное двухчастотное излучение с неравными амплитудами зондирующего сигнала  $A_1$  и  $A_3$ . Низкочастотная огибающая кривая высокочастотного сигнала при трехчастотном асимметричном зондировании с подавленной центральной оптической несущей приведена на рис. 8. На рис. 9 приведен спектр низкочастотного сигнала при двухчастотном симметричном разбалансированном зондировании. Видно, что при двухчастотном зондировании пропадает гармоника колебаний низкочастотного сигнала на частоте  $\Omega$  и остаются колебания только на удвоенной частоте  $2\Omega$ , что соответствует модуляции на разностной частоте  $2\Omega$  с подавленной несущей частотой по методу Ильина-Морозова [7-12].



Рис. 7 – Низкочастотная огибающая (сплошная линия) высокочастотного (штриховая линия) сигнала при двухчастотном разбалансированном зондировании



Рис. 9 – Фурье спектр низкочастотного сигнала на выходе фотоприемника

На рис. 10 приведено сравнение истинных значений амплитуд составляющих низкочастотного сигнала с решением системы уравнений (2) в зависимости от смещения центральной длины волны ВБРФ контура, при асимметричном двухчастотном зондировании.



Рис. 10 – Амплитуды составляющих, полученные в качестве решения системы уравнений (2) в зависимости от смещения центральной длины волны ВБР контура: пунктирной линей – амплитуда левой составляющей, точечной линией – амплитуда правой составляющей зондирующего сигнала



На рис. 11 приведены график зависимости коэффициента модуляции в зависимости от смещения центральной длины волны контура ВБРФ при двухчастотном симметричном разбалансированном зондировании.



Рисунок 11 – Зависимость коэффициента модуляции от смещения центральной длины волны контура ВБРФ при разбалансированном двухчастотном зондировании

На рис. 12 в качестве иллюстрации приведена зависимость коэффициента модуляции в зависимости от смещения центральной длины волны контура ВБРФ при двухчастотном сбалансированном зондировании.



Рис. 12 – Зависимость коэффициента модуляции от смещения центральной длины волны контура ВБР при двухчастотном симметричном сбалансированном зондировании



Обратим внимание на то, что коэффициент модуляции при симметричном сбалансированном зондировании, не позволяет однозначно определить положение центральной длины волны контура ВБРФ, поскольку зависимость коэффициента модуляции от смещения центральной длины волны контура ВБРФ не монотонная, на левом и правом склонах контура ВБРФ при сбалансированном зондировании мы получаем одинаковые значения коэффициента модуляции. Разбалансированное зондирование контура ВБРФ лишено такого недостатка и может быть с успехом применено в построении дешевых систем определения центральной длины волны известного контура ВБРФ.

#### Заключение

Таким образом, решена задача процесса характеризации резонансного контура Фано, трехчастотным, разбалансированным по амплитуде, амплитудно-модулированным излучением. Трехчастотное зондирование контура ВБРФ позволяет получить достаточное количество информации, чтобы исследователь мог без сканирования:

 полностью определить недетерминированный, но, описываемый определенной зависимостью, контур ВБРФ;

– определить смещение детерминированного контура ВБРФ, заданного аналитически;

 – определить смещение детерминированного контура ВБРФ, заданного конечным набором измеренных значений.

Показана возможность расширения диапазона боковых частот и увеличения чувствительности измерений при использовании двухчастотного зондирования с уменьшенной в два раза частотой и разбалансированными по амплитуде боковыми составляющими при подавленной несущей. Приведен пример сравнения с ранее применявшимся для решения подобных задач радиофотонным способом двухчастотного симметричного зондирования с равными амплитудами боковых составляющих и подавленной несущей.



По результатам характеризации контура Фано при фиксированном зондировании (без сканирования) возможно однозначное определение центральной частоты, максимальной амплитуды и его добротности.

# Литература

1. Xudong F., et al. Sensitive optical biosensors for unlabeled targets: a review // Analytica Chimica Acta. 2008. № 620. pp. 8–26.

2. Chryssis A.N., et al. Detecting hybridization of DNA by higly sensitive evanescent field etched core fiber bragg grating sensor // IEEE Journal of Selected Topics in QE. 2005. V. 11. № 4. pp. 864–872.

3. Sadykov I.R., Morozov O.G., Sadeev T.S. The biosensor based on fiber Bragg grating to determine the composition of the fuel and biofuel // Proc. of SPIE. 2012. V. 8410. P. 84100F.

4. Stepustchenko O.A., et al. Optical refractometric FBG biosensors: problems of development and decision courses // Proc. of SPIE. 2011. V. 7992. P. 79920D.

5. C. E. Campanella, et al. Localized strain sensing with fiber Bragggrating ring cavities // Optics Express. 2013. V. 21. № 24. pp. 29435-29441.

6. C.E. Campanella, F. de Leonardis, V.M.N. Passaro. Performance of Bragg grating ring resonator as high sensitivity refractive index sensor // Fotonica AEIT Italian Conference on Photonics Technologies. 2014. pp. 1-4.

7. C.E. Campanella, et al. Investigation of refractive index sensing based on Fano resonance in fiber Bragg grating ring resonators // Optics Express. 2015. V.
23. № 11. pp. 14301-14313.

8. C.E. Campanella, et al. Mode-splitting cloning in birefringent fiber Bragg grating ring resonators // Optics Letters. 2016. V. 41. № 12. pp. 2672-2675.

9. Aybatov D.L., Morozov O.G., Sadeev T.S. Dual port MZM based optical comb generator for all-optical microwave photonic device // Proc. of SPIE. 2011. V/ 7992. P. 799202.



10. Natanson O.G., et al. Development problems of frequency reflectometry for monitoring systems of optical fiber structures // Proc. of SPIE. 2005. V. 5854. pp. 215-223.

11. Il'In G.I., Morozov O.G., Il'In A.G. Theory of symmetrical twofrequency signals and key aspects of its application // Proc. of SPIE. 2014. V. 9156. P. 91560M.

12. Morozov O.G. RZ, CS-RZ and soliton generation for access networks applications: problems and variants of decisions // Proc. of SPIE. 2012. V. 8410. P. 84100P.

13. Морозов О.Г. и др. Модуляционные методы формирования спектрально чистого двухканального полигармонического излучения с одинаковой разностной частотой и поляризационным мультиплексированием. Постановка задачи // Инженерный вестник Дона, 2017, №4. URL:ivdon.ru/magazine/ archive/n4y2017/4587

14. Насыбуллин А.Р., Вазиев Т.О., Морозов О.Г. Формирование резонанса Фано в микрополосковой СВЧ структуре // Инженерный вестник Дона, 2017, №4. URL:ivdon.ru/magazine/archive/n4y2017/4451

15. Нуреев И.И. Радиофотонные амплитудно-фазовые методы интеррогации комплексированных датчиков на основе волоконных решеток Брэгга // Инженерный вестник Дона, 2016, №2. URL:ivdon.ru/ magazine/archive/n2y2016/3581

16. Нуреев И.И. Сенсорные пассивные оптические сети и ключевые вопросы применения в них волоконных брэгговских решеток // Инженерный вестник Дона, 2016, №2. URL:ivdon.ru/magazine/archive/ n2y2016/3605

17. Сахабутдинов А.Ж. и др. Характеризация резонанса Фано в оптических биосенсорах рефрактометрического типа на основе кольцевых волоконных брэгговских решеток с π-сдвигом. Постановка задач



моделирования // Инженерный вестник Дона, 2018, №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/ n2y2018/5002

# References

1. Xudong F., et al. Analytica Chimica Acta. 2008. № 620. pp. 8–26.

Chryssis A.N., et al. IEEE Journal of Selected Topics in QE. 2005. V.
 № 4. pp. 864–872.

Sadykov I.R., Morozov O.G., Sadeev T.S. Proc. of SPIE. 2012. V. 8410.
 P. 84100F.

4. Stepustchenko O.A., et al. Proc. of SPIE. 2011. V. 7992. P. 79920D.

5. C. E. Campanella, et al. Optics Express. 2013. V. 21. № 24. pp. 29435-29441.

6. C.E. Campanella, F. de Leonardis, V.M.N. Passaro. Fotonica AEIT Italian Conference on Photonics Technologies. 2014. pp. 1-4.

7. C.E. Campanella, et al. Optics Express. 2015. V. 23. № 11. pp. 14301-14313.

8. C.E. Campanella, et al. Optics Letters. 2016. V. 41. № 12. pp. 2672-2675.

9. Aybatov D.L., Morozov O.G., Sadeev T.S. Proc. of SPIE. 2011. V. 7992. P. 799202.

10. Natanson O.G., et al. Proc. of SPIE. 2005. V. 5854. pp. 215-223.

11. Il'In G.I., Morozov O.G., Il'In A.G. Proc. of SPIE. 2014. V. 9156. P. 91560M.

12. Morozov O.G. Proc. of SPIE. 2012. V. 8410. P. 84100P.

13. Morozov O.G., et al. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №4. URL: ivdon.ru/magazine/ archive/n4y2017/4587

14. Nasibullin A.R., Vaziev T.O., Morozov O.G. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2017/4451



15. Nureev I.I. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2016, №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2016/3581

16. Nureev I.I. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2016, №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/ n2y2016/3605

17. Sakhabutdinov A.J., et al. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2018, № 2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/ n2y2018/5002